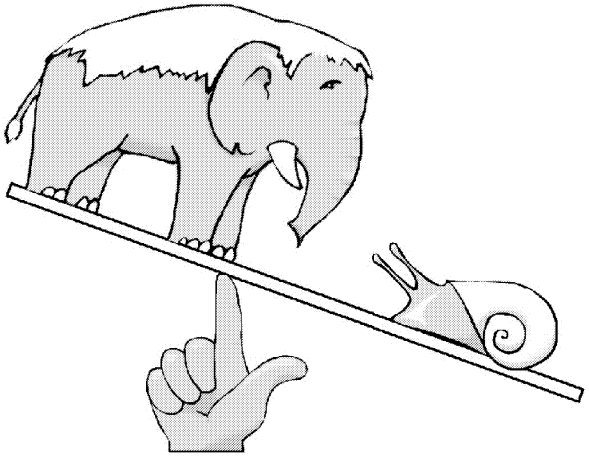
Министерство образования и науки Республики Саха (Якутия)
Малая академия наук Республики Саха (Якутия)
Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова

XXXIII Международная олимпиада «Туймаада»

Физика

Теоретический тур

Методическое пособие (электронное издание)



Якутск, 2 июля — 10 июля 2026 г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией
олимпиады «Туймаада» по физике
WhatsApp/Telegram: +79265835186
Email: achudn@mail.ru

Авторы задач

Младшая лига	Старшая лига
1. Аванесян Р. Е.	1. Власов А. И.
2. Ермилов М. М.	2. Чудновский А. В.
3. Кошоридзе С. И.	3. См. зад. 3 мл. лиги.
4. Варламов С. Д.	4. Аванесян Р. Е.
5. Варламов С. Д.	5. Ермилов М. М.
	6. Власов А. И.

Общая редакция — Чудновский А. В.
Оформление и вёрстка — Чудновский А. В.
Ответственный за комплект задач — Неустроев Е. П.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2ε.
© Авторский коллектив
Подписано в печать 30.06.2026 в 02:01.
677016, г. Якутск, ул. Белинского, д. 58
Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова

XXXIII Международная олимпиада «Туймаада»

Ежегодно в июле в столице Республики Саха (Якутия) — городе Якутск — проходит Международная олимпиада школьников «Туймаада» по физике, математике, информатике и химии. Олимпиаду организует Министерство образования и науки РС (Якутия) на базе Малой академии наук РС (Якутия). В разные годы в олимпиаде принимали участие школьники из Азербайджана, Бельгии, Болгарии, Германии, Казахстана, Китая, Кыргызстана, Мексики, Монголии, Румынии, США, Таиланда,Турции, Франции, Южной Кореи и, конечно, из разных регионов России, включая Москву, Санкт-Петербург, Челябинск и другие города. Также в «Туймааде» регулярно участвуют члены сборной России и призёры заключительного этапа Всероссийских олимпиад.

Согласно действующему положению олимпиада по физике включает в себя две лиги: старшую и младшую. К участию в младшей лиге допускаются школьники, окончившие не более 9 классов среднего учебного заведения; к участию в старшей лиге допускаются все школьники. Задачи старшей лиги по программе и сложности соответствуют Международной физической олимпиаде, а задачи младшей лиги — 9 классу Всероссийской олимпиады.

XXXIII International olympiad "Tuymaada"

Every year in July in the capital of the Republic of Sakha (Yakutia), the city Yakutsk, the International School Physics, Mathematics, Informatics and Chemistry Olympiad «Tuymaada» takes place. The Olympiad is organized by the Republic Sakha's (Yakutia) Department of Education and North-Eastern Federal University n.a. M.K. Ammosov on the base of the physico-mathematical forum «Lensky District». In different years students from Azerbaijan, Belgium, Bulgaria, China, France, Germany, Kazakhstan, Kyrgyzstan, Mexico, Mongolia, Romania, South Korea, Thailand, Turkey, the USA and, of course, from different regions of Russia, including Moscow, Saint-Petersburg, Chelyabinsk and other cities, took part in the Olympiad. Also members of Russian national team and prizewinners of final stage of All-Russian Olympiads regularly participate in «Tuymaada».

According to current regulations, Physics Olympiad includes two leagues: senior league and junior league. Schoolchildren are allowed to participate in the junior league, graduated from no more than 9 classes of a secondary educational institution; all students are eligible to participate in the senior league. Senior league problems correspond in programm and difficulty to those of International Physics Olympiad, junior league problems — to those of 9th class of All-Russian Olympiad.

Младшая лига

Задача 1. Погружение кубов

Высокий цилиндрический сосуд радиусом R наполнен неперемешивающимися жидкостями с плотностями $\rho_1 = 2\rho$ и $\rho_2 = 3\rho$. Каждая жидкость в сосуде занимала изначально обьём высотой $2R$. На поверхность жидкости поместили куб плотностью ρ и стороной $a = R/2$. Сколько таких одинаковых кубов N нужно поставить друг на друга вертикальным столбом, чтобы нижний куб сел на дно сосуда? Столб из кубов не наклоняется и жидкость не выливается из сосуда.

Задача 2. Два кузнечика

Имеется однородная планета, экватор которой представляет собой окружность и не пересекается с водоёмами. Один кузнечик проскакал по этой планете вдоль её экватора, а второй кузнечик облетел эту планету на низкой орбите, двигаясь с первой космической скоростью. Массы кузнечиков одинаковы. Первый кузнечик совершал прыжки так, чтобы энергия, затраченная им на всё путешествие, оказалась минимальной. При каждом приземлении кузнечика его скорость становится равной нулю, после чего совершается следующий прыжок. Считайте, что при прыжке КПД кузнечика близок к 100%, а при торможении (приземлении) он энергию не затрачивает. Сравните энергию E_1, затраченную первым кузнечиком на всё путешествие, и кинетическую энергию E_2 второго кузнечика при движении по орбите. Найдите отношение $k = E_1/E_2$. Длина прыжка кузнечика много меньше длины экватора. Сопротивление воздуха и вращение планеты не учитывайте.

Задача 3. Конвекция затвердевания

В переохлаждённой жидкости плотностью ρ_1 образовался зародыш твёрдой фазы плотностью ρ_2. Зародыш растёт, сохраняя сферическую форму, и в некоторый момент его радиус увеличивается со скоростью v_0. Найдите скорость v конвективного движения частиц жидкости на границе с твёрдой фазой.

Задача 4. Трубки с солёной водой

К выводам неидеального источника постоянного напряжения по очереди подключают тонкостенные пластиковые трубки, целиком заполненные одинаковым количеством солёной воды. В местах подключения на концах трубок металлические контакты касаются воды и полностью перекрывают сечение трубки. Теплоёмкостью, теплопроводностью и электропроводностью стенок этих трубок можно пренебречь. Оказалось, что вода в трубках длинами L и $2L$ нагревается на ΔT градусов за одинаковое время t_{12}. За какое время t_3 нагреется на ΔT градусов вода в трубке длиной $3L$?

Задача 5. Серые стены

В одной из лабораторий архитектурного института изучают освещённость помещений, у которых все стены, пол и потолок покрыты материалом, который частично поглощает падающий на поверхность свет, а оставшуюся часть рассеивает равномерно по всем возможным направлениям от места падения (но, конечно, не внутрь материала). В геометрических центрах одинаковых по размерам и форме помещений (без окон!) устанавливают одинаковые по яркости источники света, а на полу в точности под источником света — малогабаритные датчики освещённости. В помещении, где все поверхности поглощают весь падающий на них свет датчик показал значение освещённости N_0. Найдите показания N такого же прибора, если коэффициент поглощения света покрытием равен η. Прибор реагирует одинаково на свет, приходящий к нему с любого направления, суммируя общий поток света.

Старшая лига

Задача 1. Взвешивание на цепочке

Концы однородной цепочки длиной $2l$ и массой $2m$ прикреплены к потолку, а к середине цепочки подвешен шарик неизвестной массы M. Точка его подвеса оказалась на $h = 3l/4$ ниже потолка, а ближайшие к шарику участки цепочки образовали углы $\alpha = 30°$ с горизонтом (рис. 1). Определите отношение масс M/m.

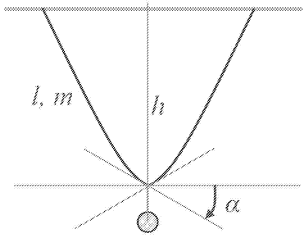


Рис. 1

Задача 2. Шар на наклонной плоскости

Изначально не вращавшийся полый шар с постоянной поверхностной плотностью скользит по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Установится ли движение без проскальзывания, если коэффициент трения скольжения шара о плоскость $\mu = 0{,}4$?

Задача 3. Конвекция затвердевания

В переохлаждённой жидкости плотностью ρ_1 образовался зародыш твёрдой фазы плотностью ρ_2. Зародыш растёт, сохраняя сферическую форму, и в некоторый момент его радиус увеличивается со скоростью v_0. Найдите скорость v конвективного движения частиц жидкости на границе с твёрдой фазой.

Задача 4. Необыкновенная диффузия

Теплоизолированный горизонтальный цилиндрический сосуд объёмом V разделён на две части тонким подвижным теплопроводящим поршнем. Левая часть объёмом $V/3$ заполнена азотом, а правая — смесью водорода и гелия. Поршень непроницаем для водорода и азота, но проницаем для гелия, поэтому поршень начал медленно двигаться из исходного положения равновесия и остановился, когда объём левой части стал $2V/5$. Найдите массы гелия m_2 и азота m_3, если известны масса водорода $m_1 = 3$ г и молярные массы всех газов: $\mu_1 = 2$ г/моль, $\mu_2 = 4$ г/моль и $\mu_3 = 28$ г/моль (соответственно).

Задача 5. Полусфера

Длинную гладкую пластиковую проволоку разместили вдоль силовой линии, идущей от некоторой точки на внутренней поверхности непроводящей равномерно заряженной полусферы. В месте крепления проволоки к полусфере покоилась заряженная бусинка, которая начала скользить вдоль проволоки и пересекла плоскость среза полусферы со скоростью v_0. С какой скоростью v она пересечёт воображаемую полусферу, дополняющую заряженную полусферу до целой сферы?

Задача 6. Плоская линза

Круглая плоскопараллельная оптически неоднородная пластина толщиной $d = 2$ мм и радиусом $R = 25$ мм проявляет свойства идеальной линзы с известным модулем фокусного расстояния $|f| = 0{,}5$ м, отличаясь от неё только наличием небольшого параллельного сдвига лучей, проходящих через оптический центр. Определите зависимость $n(r)$ показателя преломления пластины от расстояния до её оси симметрии в общем виде, полагая известным показатель преломления n_0 в центре пластины. Получите упрощённый вид функции $n(r)$ в случае $f \gg R$ и сделайте для него численный расчёт, если известен минимальный показатель преломления $n_{\min} = 1$.

Возможные решения

Младшая лига

Задача 1. Погружение кубов

Из условия сохранения объёма каждой жидкости при погружении в неё столба кубов

$$\pi R^2 \cdot 2R + a^2 \cdot H = \pi R^2 \cdot H$$

находим высоту H столба кубов внутри каждой жидкости:

$$H = \frac{8\pi R}{4\pi - 1}.$$

Легко убедиться, что $H > 2R$, то есть уровень жидкостей ожидаемо поднялся после погружения столба кубов. Пусть m — это масса столба из кубов, когда столб уже сел на дно, тогда справедливо условие

$$mg \geqslant F_1 + F_2, \tag{1}$$

где F_1 и F_2 — силы Архимеда, действовавшие на столб кубов со стороны соответствующей жидкости непосредственно перед касанием нижним кубом дна (это условие нужно, чтобы под кубами была вода и можно было рассчитывать силы Архимеда по обычной формуле). Пусть L — это общая высота столба кубов, тогда с помощью формулы плотности перепишем неравенство (1) в виде

$$\rho a^2 L g \geqslant \rho_1 g a^2 H + \rho_2 g a^2 H,$$

откуда находим

$$L \geqslant 5H = \frac{40\pi R}{4\pi - 1}.$$

Искомое количество кубов

$$N = \frac{L}{R/2} \geqslant \frac{80\pi}{4\pi - 1} \approx 21{,}7,$$

то есть окончательный целочисленный ответ: $N_{\min} = 22$.

Задача 2. Два кузнечика

Рассмотрим один прыжок первого кузнечика. Пусть m — масса кузнечика, а его начальная скорость v_0 направлена под углом α к горизонту, тогда дальность прыжка L и затраченная энергия E_0 имеют вид

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad \text{и} \qquad E_0 = \frac{m v_0^2}{2},$$

откуда получаем связь

$$E_0 = \frac{mg}{2\sin 2\alpha} \cdot L,$$

из которой следует, что минимальная энергия $E_0 = mgL/2$ будет тратиться при прыжке под углом $\alpha = 45°$. Пусть R — радиус планеты, тогда длина её экватора равна $2\pi R$ и первая искомая энергия $E_1 = \pi mgR$.

Теперь рассмотрим полёт второго кузнечика с постоянной скоростью v по орбите радиусом R. Из формулы для центростремительного ускорения и второго закона Ньютона

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = mg$$

находим вторую искомую энергию:

$$E_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{mgR}{2}.$$

Таким образом, лететь энергетически выгоднее в $k = E_1/E_2 = 2\pi$ раз.

Задача 3. Конвекция затвердевания

Пусть R — текущий радиус зародыша твёрдой фазы, тогда $dR = v_0 dt$ — это его малое приращение за малое время dt, а из условия сохранения массы

$$\rho_1 \cdot 4\pi R^2 \cdot dR_0 = \rho_2 \cdot 4\pi R^2 \cdot dR$$

находим изначальную толщину dR_0 слоя жидкости, которая затвердела за рассматриваемое время:

$$dR_0 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot dR.$$

Расстояние от центра зародыша до молекул жидкости, которые к концу рассматриваемого промежутка времени dt оказались на его внешней границе, изменилось на величину

$$dr = dR - dR_0 = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) dR = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) v_0 dt,$$

откуда находим искомую скорость:

$$v = \frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) v_0.$$

Заметим, что для воды $\rho_2 < \rho_1$ (при затвердевании вода расширяется) и потому она растекается в стороны ($v > 0$), а для большинства других веществ $\rho_2 > \rho_1$ и жидкость движется в сторону центра зародыша ($v < 0$).

Задача 4. Трубки с солёной водой

Из формулы для удельного сопротивления и равенства объёмов воды в трубках следует, что сопротивление воды зависит квадратично от длины трубки, то есть $R_2 = 4R_1$ и $R_3 = 9R_1$, где R_1 — сопротивление воды в первой трубке. Пусть $\mathscr{E}$ и r — ЭДС и внутреннее сопротивление источника, тогда условие равенства мощностей тока в первых двух случаях имеет вид

$$\left(\frac{\mathscr{E}}{R_1 + r}\right)^2 \cdot R_1 = P_{12} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R_2 + r}\right)^2 \cdot R_2,$$

откуда находим $r = 2R_1$ и выражаем мощности для всех случаев:

$$P_{12} = \frac{\mathscr{E}^2}{9R_1} \qquad \text{и} \qquad P_3 = \left(\frac{\mathscr{E}}{R_3 + r}\right)^2 \cdot R_3 = \frac{9\mathscr{E}^2}{121R_1},$$

из которых получаем искомое время:

$$t_3 = t_{12} \cdot \frac{P_{12}}{P_3} = \frac{121}{81} \cdot t_{12}.$$

Задача 5. Серые стены

Поскольку источники света во всех помещениях одинаковы, то ровно столько света, сколько производит источник, поглощается всеми поверхностями в каждом помещении. Пусть S — площадь поверхности покрытия, тогда равенство поглощаемых мощностей в двух помещениях имеет вид

$$N_0 \cdot S = N \cdot S \cdot \eta,$$

откуда находим искомые показания:

$$N = \frac{N_0}{\eta}.$$

Старшая лига

Задача 1. Взвешивание на цепочке

Изобразим силы, действующие на половину цепочки (рис. 2): mg — сила тяжести, T и t — силы натяжения в точке крепления к потолку и в точке подвеса шарика соответственно, x и y — проекции силы T на горизонталь и вертикаль соответственно. С помощью линейной плотности m/l и метода виртуальных перемещений можно связать между собой силы натяжения на концах полуцепочки:

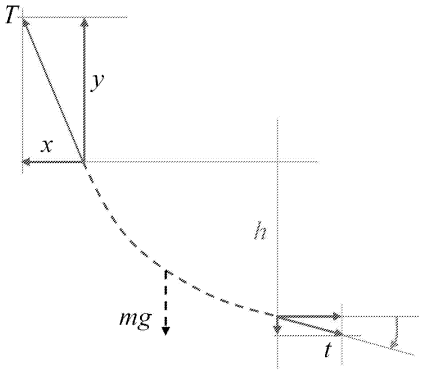


Рис. 2

$$T = t + \frac{m}{l} \cdot gh,$$

откуда после подстановки $T = \sqrt{x^2 + y^2}$, введения обозначения $\delta = h/l = 3/4$ и возведения в квадрат получаем уравнение

$$x^2 + y^2 = t^2 + 2tmg\delta + (mg\delta)^2. \tag{2}$$

Из условий равновесия

$$2t \cdot \sin\alpha = Mg, \qquad x = t \cdot \cos\alpha \qquad \text{и} \qquad y = mg + t \cdot \sin\alpha$$

выражаем «лишние» переменные:

$$t = \frac{Mg}{2\sin\alpha}, \qquad x = \frac{Mg}{2\operatorname{tg}\alpha} \qquad \text{и} \qquad y = mg + \frac{Mg}{2}. \tag{3}$$

Подставив формулы (3) в уравнение (2) и решив его, получаем ответ:

$$\frac{M}{m} = \frac{(1-\delta^2)\cdot\sin\alpha}{\delta - \sin\alpha} = \frac{7}{8}.$$

Задача 2. Шар на наклонной плоскости

Пусть m — масса шара, R — его радиус, v — мгновенная скорость центра шара, ω — мгновенная угловая скорость шара, тогда нормальная реакция наклонной плоскости N, сила трения скольжения F и момент инерции шара I (относительно любой оси, проходящей через центр масс) имеют вид

$$N = mg\cos\alpha, \qquad F = \mu N, \qquad I = \frac{2}{3}mR^2.$$

Из второго закона Ньютона и его аналога для вращательного движения

$$m\frac{dv}{dt} = mg\sin\alpha - F \qquad \text{и} \qquad I\frac{d\omega}{dt} = FR$$

находим линейное и угловое ускорения:

$$\frac{dv}{dt} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha), \qquad \frac{d\omega}{dt} = \frac{3\mu g\cos\alpha}{2R}.$$

Введём их обезразмеренное отношение:

$$k = \frac{dv}{Rd\omega} = \frac{2}{3}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\mu} - 1\right).$$

При движении без проскальзывания справедливо уравнение кинематической связи $v = \omega R$, которое соответствует $k = 1$. Проскальзывание прекратилось бы, если бы шарик раскручивался быстрее, чем ускорялся, то есть в случае $k < 1$ (тут нет никаких ограничений на отрицательные значения k, они тоже подходят, просто в этом случае нужно помнить, что после прекращения проскальзывания сила трения покоя не будет максимальной). Однако при указанных в условии численных данных имеет место граничный случай $k = 1$, то есть проскальзывание не прекратится, раз оно уже началось.

Задача 3. Конвекция затвердевания

См. зад. 3 мл. лиги.

Задача 4. Необыкновенная диффузия

Пусть P_1, P_2 и P_3 — начальные давления водорода, гелия и азота соответственно, тогда из условия равновесия поршня и закона о парциальных давлениях следует равенство $P_3 = P_1 + P_2$. Поскольку поршень хорошо проводит тепло, а сосуд теплоизолирован, то температура T в обеих частях сосуда одинакова и остаётся постоянной. Пусть ν_1, ν_2 и ν_3 — количества водорода, гелия и азота соответственно, тогда уравнения Менделеева–Клапейрона для каждого газа имеют вид

$$P_1 \cdot \frac{2V}{3} = \nu_1 RT, \qquad P_2 \cdot \frac{2V}{3} = \nu_2 RT \qquad \text{и} \qquad P_3 \cdot \frac{V}{3} = \nu_3 RT,$$

откуда с учётом равенства для давлений получаем ключевое уравнение:

$$2\nu_3 = \nu_1 + \nu_2. \tag{4}$$

Диффузия гелия через поршень прекратится, когда концентрация гелия по обе стороны от него станет одинаковой. С учётом постоянства температуры давление гелия тоже станет одинаковым в обеих частях сосуда, а значит, можно не учитывать гелий при записи нового условия равновесия поршня $P_3' = P_1'$,

где P_1' и P_3' — конечные давления водорода и азота соответственно. Из уравнений Менделеева–Клапейрона для конечного состояния

$$P_1' \cdot \frac{3V}{5} = \nu_1 RT \qquad \text{и} \qquad P_3' \cdot \frac{2V}{5} = \nu_3 RT$$

получаем второе ключевое уравнение:

$$2\nu_1 = 3\nu_3. \tag{5}$$

Совместное решение уравнений (4) и (5) с учётом соотношений $m_1 = \mu_1\nu_1$, $m_2 = \mu_2\nu_2$ и $m_3 = \mu_3\nu_3$ приводит к окончательному ответу:

$$m_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{m_1}{3} = 2 \text{ г} \qquad \text{и} \qquad m_3 = \frac{\mu_3}{\mu_1} \cdot \frac{2m_1}{3} = 28 \text{ г}.$$

Задача 5. Полусфера

Поскольку внутри равномерно заряженной сферы поля нет, то поле в объёме сферы от одной её половины симметрично относительно плоскости среза (при дополнительной замене вектора напряжённости на противоположный, но в нашем случае это роли не играет). Значит, работа поля от плоскости среза до дополняющей полусферы будет точно такой же, как и работа поля на симметричной траектории от заряженной полусферы до плоскости среза. Следовательно, бусинка пересечёт дополняющую полусферу с удвоенной кинеческой энергией, а искомая скорость будет иметь вид $v = v_0\sqrt{2}$.

Задача 6. Плоская линза

Запишем равенство оптических длин путей для двух лучей — центрального и луча, падающего на пластину на расстоянии r от главной оптической оси (рис. 3):

$$n(r) \cdot d + \sqrt{r^2 + f^2} = n_0 \cdot d + f,$$

откуда получим функцию оптической неоднородности в общем виде:

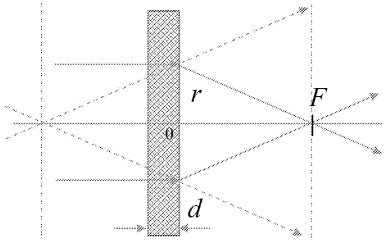


Рис. 3

$$n(r) = n_0 + \frac{f}{d}\left(1 - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{f}\right)^2}\right).$$

Для длиннофокусного приближения ($f \gg R \geqslant r$) эта функция упрощается до параболы:

$$n(r) \approx n_0 - \frac{r^2}{2fd}.$$

Отметим, что полученная формула годится и для собирающей, и для рассеивающей линз, в чём можно убедиться прямым расчётом для аналогичной картинки в случае $f < 0$ (рис. 3).

В случае собирающей линзы минимальный показатель преломления будет на границе, то есть $n_{\min} = n(R)$, из чего следует

$$n_0 = n(R) + \frac{R^2}{2fd} = 1{,}3125,$$

а функция принимает вид

$$n(r) = 1{,}3125 - \frac{r^2}{2000 \text{ мм}^2}.$$

В случае рассеивающей линзы минимальный показатель преломления будет в центре, то есть $n_{\min} = n_0$, а функция принимает вид

$$n(r) = 1 + \frac{r^2}{2000 \text{ мм}^2}.$$

Отметим, что при уменьшении толщины пластины максимальный показатель преломления придётся увеличить.