

Министерство образования и науки Республики Саха (Якутия)  
Малая академия наук Республики Саха (Якутия)  
Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова

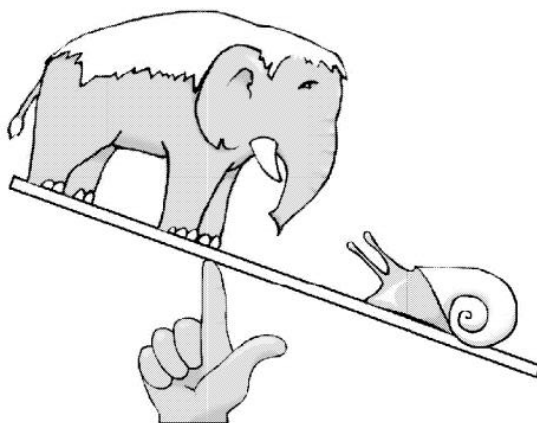
XXXI Международная олимпиада  
«Туймаада»



Физика

Экспериментальный тур

Методическое пособие



Якутск, 3 июля – 11 июля 2024 г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией  
олимпиады «Туймаада» по физике

### Авторы задач

<b>Младшая лига</b>		<b>Старшая лига</b>	
<b>1.</b>	<b>Власов А.И.</b>	<b>1.</b>	<b>Неустроев Е.П.</b>
<b>2.</b>	<b>Ноговицын П.И.</b>	<b>2.</b>	<b>Власов А.И.</b>

Общая редакция – Неустроев Е.П.

Оформление – Боякинов Е.Ф.

Ответственный за комплект задач – Неустроев Е.П.

Подписано в печать 02.07.2024 в 16:45

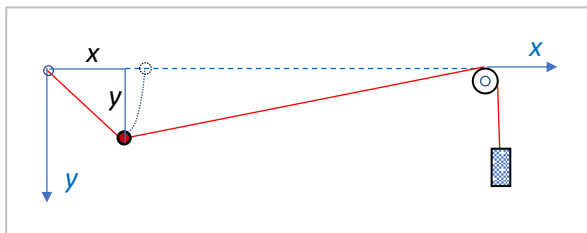
677016, г. Якутск, ул. Белинского, д.58

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.Аммосова

# Младшая Лига

## Задача 1. Паук

Тонкая нерастяжимая нить при помощи груза массой  $M$  натянута горизонтально, так как это показано на рисунке. В левой точке нить привязана за гвоздь, в правой точке нить фиксирована блоком. Паук массой  $m$  начинает медленно ползти по нити от левой точки её крепления вправо. В каждый момент времени паук имеет некоторые координаты  $x$ ,  $y$  (на рисунке  $O$  системы координат совмещён с левой точкой крепления). В данной задаче требуется экспериментально определить эту зависимость  $y(x)$  (определить траекторию движения).



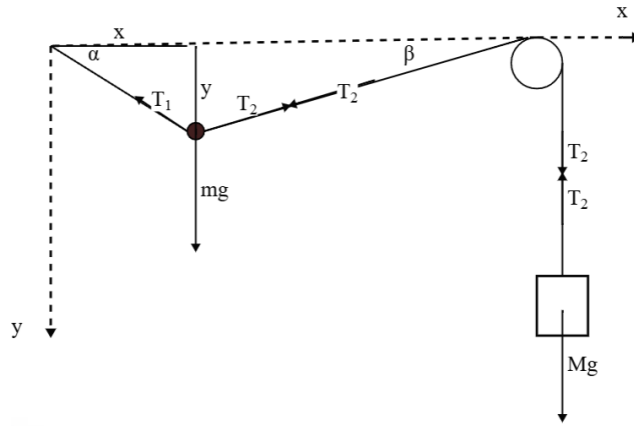
Оборудование: нить ( $\sim 1,5$  м), два груза (маленький груз – модель паука), линейка (50 см), два бруска (для изготовления точек крепления, бруски крепятся на край стола при помощи двухстороннего скотча, на правом бруске прикреплён блок),

канцелярская кнопка – «гвоздик» используется для левой точки крепления, два листа в клеточку для построения графиков.

Задание:

1. Из предложенного оборудования соберите экспериментальную установку (в соответствии с рисунком).
2. Для 10-15 значений  $x$  определите значения  $y$ .
3. На листе в клеточку постройте график зависимости  $y(x)$ .
4. Определите аппроксимирующую «математику» полученной экспериментальной зависимости  $y(x)$ . Для этого преобразуйте экспериментальные данные таким образом, чтобы график этой зависимости соответствовал линейной функции. Обычно это преобразование строится или в соответствии с теорией (в данном случае – теории равновесия паука) или «угадывается» по первичному графику  $y(x)$ . На листе в клеточку постройте график траектории в линейных координатах.
5. Используя элементарную теорию равновесия материальной точки, получите теоретическую зависимость  $y(x)$ .
6. Используя полученную теоретическую формулу зависимости  $y(x)$  и график в линейных координатах, определите отношение масс  $M/m$ .

## Решение:



Пусть  $l$  – расстояние между точкой левого крепления нити и блоком. Тогда условие равновесия для паука:

$$mg = T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta,$$

$$T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta.$$

Для грузика:

$$T_2 = Mg.$$

Замена тригонометрических функций:

$$\sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{y^2+x^2}}, \quad \sin \beta = \frac{y}{\sqrt{(l-x)^2+y^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}}, \quad \cos \beta = \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+y^2}}.$$

После некоторых математических преобразований получаем уравнение траектории (соотношение между  $y$  и  $x$ ):

$$y = \frac{m}{M} \cdot \frac{x(l-x)}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mx}{Ml}\right)^2}}.$$

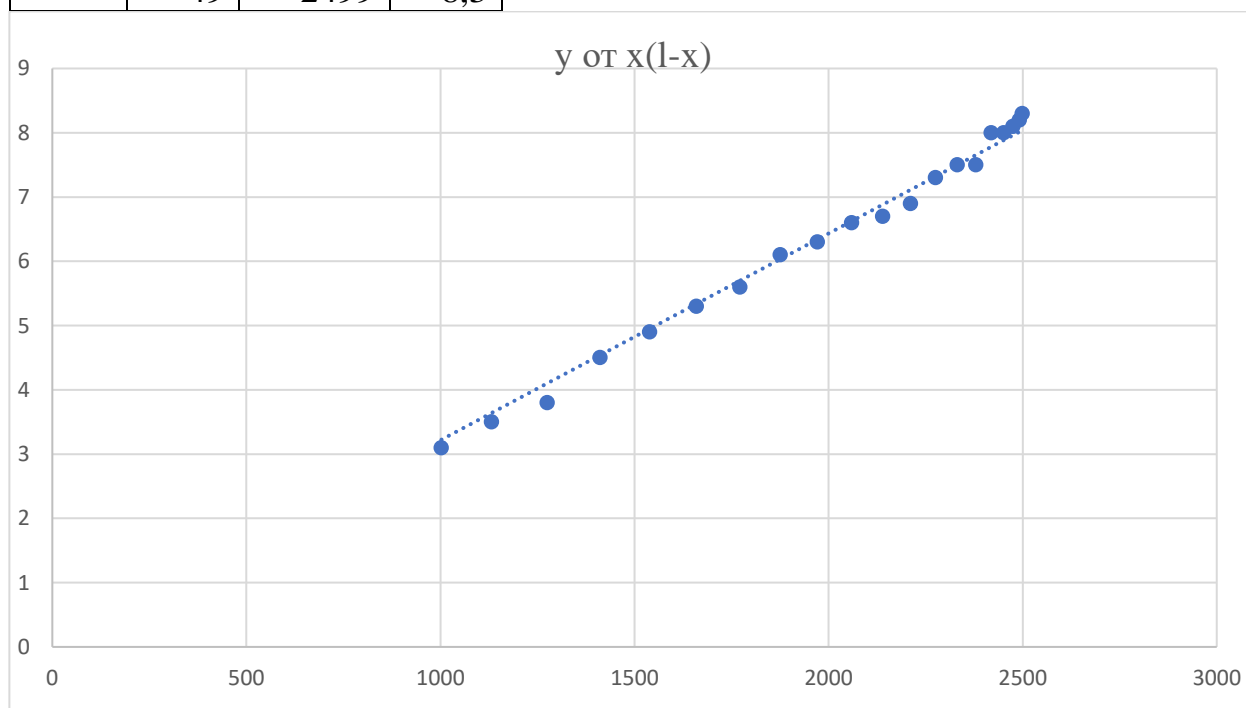
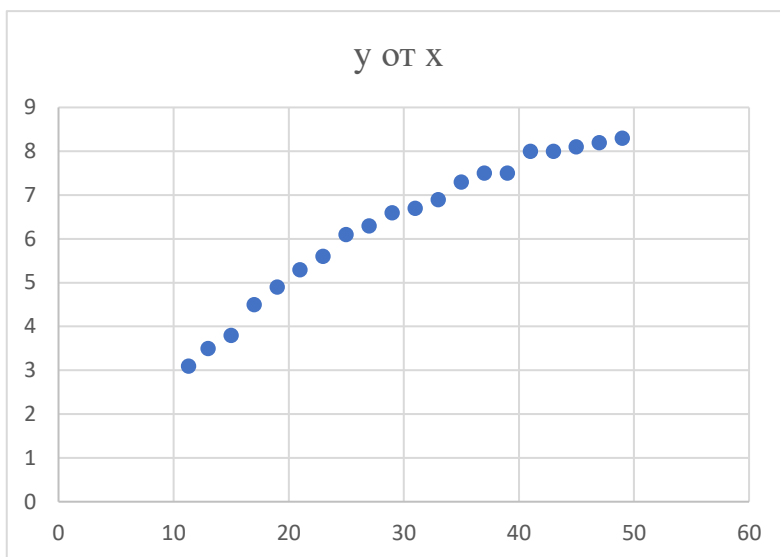
При оценке  $\frac{m}{M} < \frac{1}{3}$  дробь  $\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mx}{Ml}\right)^2}} \approx 1$ . Следовательно, уравнение траектории:

$$y = \frac{m}{M} \cdot \frac{x(l-x)}{l}.$$

Эта формула показывает, что уравнением траектории паука является парабола.

Пример экспериментальных данных:

L(см)	x(см)	$x*(L-x)$	y(см)
100	11,3	1002,31	3,1
	13	1131	3,5
	15	1275	3,8
	17	1411	4,5
	19	1539	4,9
	21	1659	5,3
	23	1771	5,6
	25	1875	6,1
	27	1971	6,3
	29	2059	6,6
	31	2139	6,7
	33	2211	6,9
	35	2275	7,3
	37	2331	7,5
	39	2379	7,5
	41	2419	8
	43	2451	8
	45	2475	8,1
	47	2491	8,2
	49	2499	8,3



Второй график, построенный в линейных координатах ( $y, x(L - x)$ ), показывает хорошее согласие эксперимента и теории. Это подтверждается небольшим отличием теоретической и экспериментальной величин  $\beta$ .

Экспериментальный коэффициент наклона определяется по наклону линии во втором графике, аппроксимирующей экспериментальные точки «траектории».

$$\beta = \frac{m}{M \cdot l} \approx 0.0032 \text{ см}^{-1}$$

Соотношение масс  $\frac{M}{m} = 3.125$

Критерии оценивания:

№	Критерий	Балл
1	Описана экспериментальная установка	1
2	Таблица измерений $x, y$	2
3	Построен график	3
4	Построен график линейной функции	3
5	Получена теоретическая зависимость	3
6	Получен ответ: $\frac{M}{m}$ (5% - 3, 10% - 2, 15% - 1)	3

Всего: 15 баллов

## Задача 2. Исследование зависимости собственных колебаний тонких колец из бумажной полоски или наши руки не для скуки.

**В данной задаче расчет погрешностей делать не нужно**

Квазиупругой называется сила, пропорциональная смещению тела и направленная противоположно этому смещению. Другими словами, если смещение тела задано некоторой координатой  $x$ , то действующая на него квазиупругая сила, в проекции на ось  $Ox$ , будет определяться соотношением:

$$F_x = -kx$$

коэффициент  $k$  называется коэффициентом квазиупругой силы. Под действием квазиупругой силы, при наличии ненулевых начальных условий (скорости или смещения) материальная точка всегда будет совершать гармонические колебания с частотой

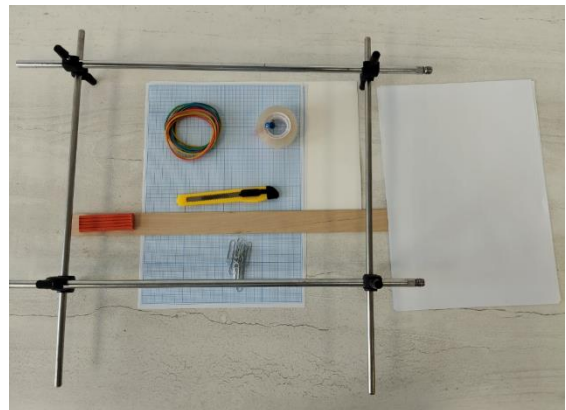
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

В данной задаче необходимо измерить как зависит от длины  $l$  полоски из бумаги частота собственных колебаний бумажного кольца.

$$\omega = A * l^\alpha$$

В данной задаче вам необходимо будет найти коэффициент  $\alpha$ .

**Оборудование:** Подвижная рамка из стержней, пластилин, канцелярская резинка, бумага формата А4 (с поверхностной плотностью  $80 \text{ г/см}^2$ ), канцелярский нож, скотч, линейка, скрепки, силовая кнопка, картон.

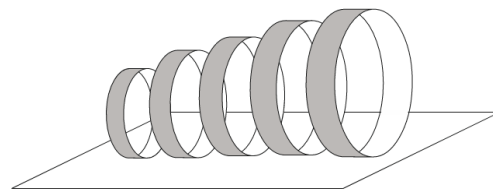


**Примечание:**

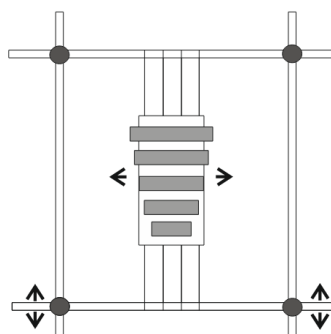
*Дополнительное оборудование выдаваться не будет!*

**Упражнение 1.** В данной работе вам необходимо будет сделать платформу для прикрепления колец. Платформа представляет собой плоский прямоугольник, вырезанный из листа картона и который будет скреплен резинками к рамке. Увеличивая и уменьшая силу натяжения резинок, можно менять частоту колебаний платформы. *Получите уравнение, с помощью которого вы будете находить частоту колебаний платформы в зависимости от деформации резинок.*

**Упражнение 2.** Ход работы построен на наблюдении резонанса колец, закрепленных на платформе.



Для изготовления платформы необходимо вырезать из листа картона прямоугольник, подходящий вам по параметрам. Прорежьте на двух противоположных краях отверстия силовой кнопкой. За эти отверстия можно прикрепить лист картона к подвижной рамке с помощью скрепок. Изготовьте несколько колец из бумаги формата А4 и закрепите скотчем на платформе. В зависимости от натяжения резинок пронаблюдайте как меняется амплитуда колебаний колец. Примерная схема установки, которую вы должны собрать:



Моды, типы колебаний и волн в колебательной и волноводной системах. Каждая из мод системы характеризуется частотой, длиной волны, затуханием (или добротностью), пространственной структурой поля и др. Термин «мода» часто употребляется для обозначения любых типов колебаний, волновых полей или характерных состояний системы, обладающих определённой временной и/или пространственной структурой (симметрией). Соответственно введены понятия селекции мод, преобразования мод, мод излучения, разложения по модам и т. д.

*2а. Сколько мод колебаний вы можете пронаблюдать? Опишите их.*

В данной работе рассматриваются колебания колец в плоскости перпендикулярной оси симметрии.

Отмечайте какое из колец при каком удлинении резинок начинает резонировать.

*2б Постройте график зависимости длины кольца от длины резинки, на которой кольцо начинает резонировать.*

*2в Постройте линеаризованный график зависимости частоты колебаний кольца от длины полоски из которого изготовлено кольцо.*

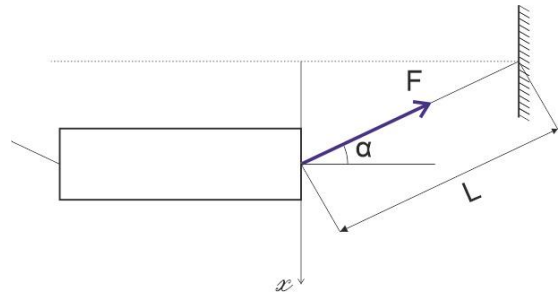
*2г Используя график найдите значение коэффициентов  $\alpha$ .*



**Решение.**

### Упражнение 1.

Представим, что мы оттянули платформу на очень малое расстояние  $x$  вдоль оси  $OX$ . Тогда на него будет действовать сила упругости от резинки следующим образом. Так как с другой стороны платформы тоже имеется резинка, то результирующая сила от двух резинок будет направлена вдоль оси  $OX$ . Запишем второй закон Ньютона для этого случая:



$ma = -2F \sin \alpha$  (умножение на 2 появляется из-за того, что с другой стороны тоже есть резинка)

Из геометрических соображений следует, что:

$$\sin \alpha = \frac{x}{L}$$

Подставляя данное выражение в первое уравнение получаем следующее:

$$ma = -\frac{2F}{L}x$$

Заметим, что возвращающая сила пропорциональна смещению (как пружина) тогда собственная частота колебаний данной системы будет рассчитываться по формуле:

$$\omega = \sqrt{\frac{2F}{mL}}$$

Так как в работе использована резинка, то воспользовавшись законом Гука для резинок получаем конечное выражение для частоты:

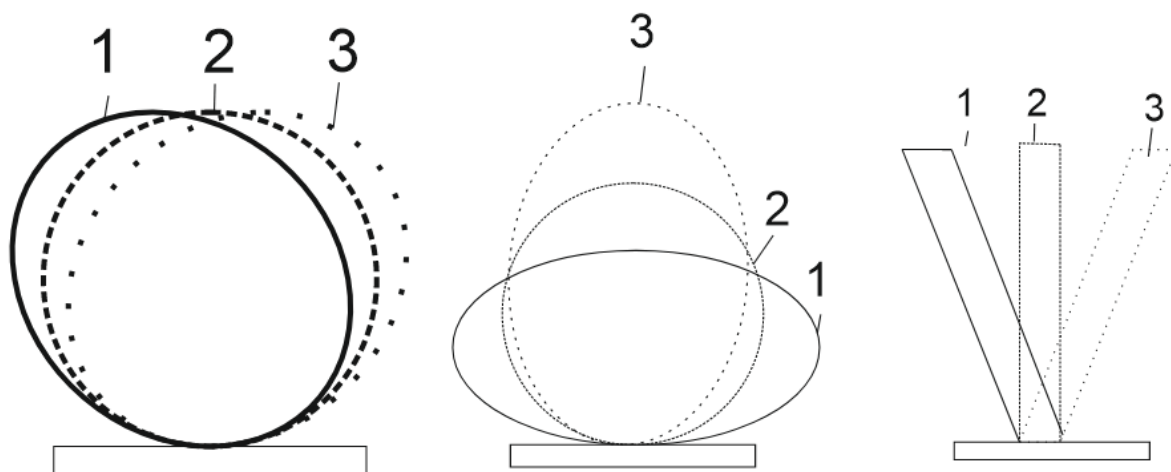
$$\omega = \sqrt{\frac{2k(L - L_0)}{mL}} = \sqrt{\frac{2k}{m} \left(1 - \frac{L_0}{L}\right)}$$

где  $k$ -коэффициент жесткости,  $L_0$ -длина резинки до деформации.

### Упражнение 2.

Чтобы найти зависимость от длины необходимо изготовить бумажные кольца. Стоит отметить, что все полоски для колец должны быть одинаково ориентированы относительно листа А4, потому что жесткость листа зависит от того, как были направлены полоски на поверхности листа.

Далее, для того чтобы прикрепить платформу из картона к рамке необходимо



сделать на краю картона дырки силовой кнопкой чтобы продевать туда скрепку с резинкой. Можно заметить, что частоту колебаний платформы можно менять как меняя длину резинок, т.е., растягивая их, так и меняя количество резинок. Так как бумага и картон очень легкие, частота колебаний данной системы будет слишком высокая, поэтому чтобы уменьшить частоту колебаний до нужной необходимо подвесить груз к платформе увеличивая ее инерцию. Грузом в нашем случае выступает пластилин. Для удобства следует заранее заготовить кольца и приклеить их скотчем к картонной платформе. Затем прикрепляем резинки и растягивая меняем силу натяжения и как следствие частоту колебаний платформы.

Для начала нужно найти частоту резонанса необходимой нам моды. На данных кольцах можно пронаблюдать 3 моды. На первом и втором рисунках колебания направлены перпендикулярно оси симметрии кольца, а на третьем рисунке колебания направлены вдоль оси симметрии

Таблица 1 Результаты измерений резонанса колец разной длины в зависимости от расстояния между концами резинок.

№	$l, \text{ см}$	$L0, \text{ см}$	$N$	$L, \text{ см}$
1	15	39	6	43
2	17	39	4	42,3
3	19	39	3	41,5
4	21	39	2	41
5	23	39	2	40
6	25	39	2	39,5

Чтобы линейаризовать этот график сделаем следующее: мы знаем, что для резонанса необходимо чтобы частота внешних сил и частота собственных колебаний должны быть равны. Поэтому запишем следующее

$$\omega_{\text{вн}} = \omega_{\text{с}}$$

Подставляя результат, найденный для частоты колебаний платформы из предыдущего упражнения и уравнение из условия задачи, получим следующее:

$$\sqrt{\frac{2kN}{m} \left(1 - \frac{L_0}{L}\right)} = A * l^\alpha$$

Чтобы найти коэффициент  $\alpha$  нам необходимо взять логарифм:

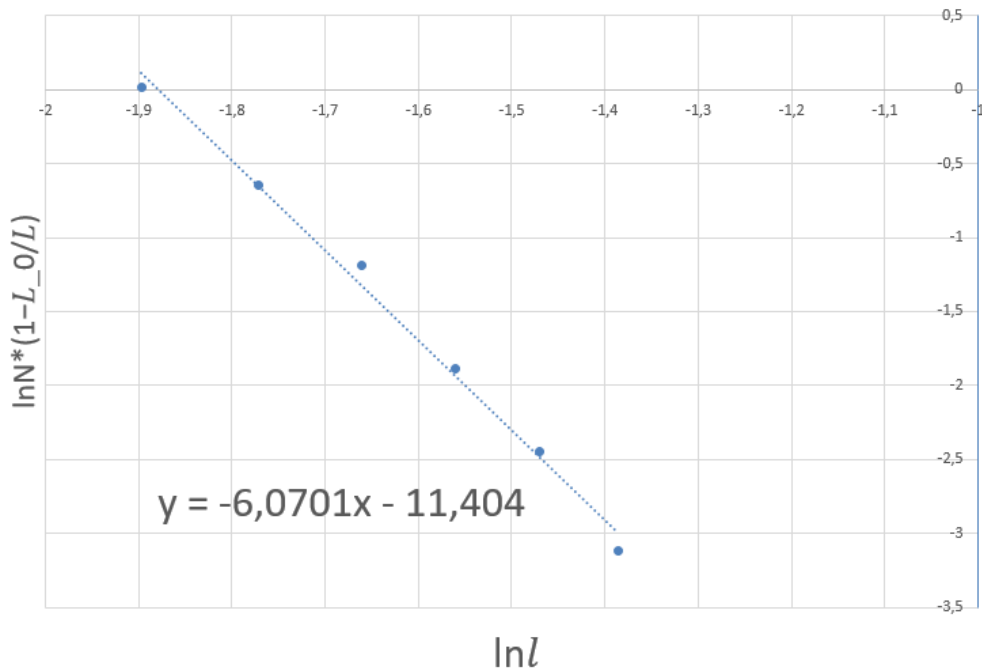
$$\ln \sqrt{\frac{2kN}{m} \left(1 - \frac{L_0}{L}\right)} = \ln(A * l^\alpha)$$

После некоторых преобразований получаем:

$$\ln\left(N \left(1 - \frac{L_0}{L}\right)\right) = 2 * \alpha \ln l + B$$

где  $B$  некоторое выражение состоящее из постоянных величин неизвестных нам.

Построим график зависимости:



Из графика следует, что  $\alpha = -3$ .

Критерии оценивания:

№	Критерий	Балл
1	Получена верная формула для расчета частоты платформы от длины резинки	3
2	Найдены 3 моды колебаний (каждая мода по одному баллу)	3
3	Проведено не менее 5 измерений зависимости резонанса колебаний кольца от длины резинки	3
4	Произведена линеаризация графика	3
5	Верно найден коэффициент $\alpha$	3

Всего: 15 баллов

## Старшая лига

### Задача 1. Черный ящик

Оборудование: черный ящик, генератор частот (неидеальный) с источником питания (батарея), мультиметр (считать идеальным), резистор, соединительные провода, миллиметровая бумага.

Задание:

1. Построить зависимость изменения напряжения на “черном ящике” от частоты (амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)).
2. Определить схему соединения внутри “черного ящика” и параметры её элементов.
3. Из значения  $U_{\text{макс}}/\sqrt{2}$  определить рабочую полосу пропускания “черного ящика”.
4. Построить зависимость разности фаз между током и напряжением от частоты (фазо-частотная характеристика (ФЧХ)).

Примечания:

1. Оценка погрешностей не требуется.
2. В работе используется генератор гармонических колебаний, который имеет три ручки для регулирования напряжением (правая ручка, вращать не рекомендуется – это может привести к изменению формы сигнала), частотой (средняя) и третья не используется (должна стоять в крайнем правом положении!). Переставлять «джамперы» в генераторе запрещено!
3. У неидеального генератора следует учитывать внутреннее сопротивление.

### Решение

1. Проверка сопротивления генератора. По условию задачи генератор неидеальный, что подразумевает наличие внутреннего сопротивления. Это дает возможность измерить ток короткого замыкания ( $I_{\text{кз}}$ ) через генератор с помощью амперметра. При различных частотах проводим измерения напряжения и силы тока на выходе генератора в режимах холостого хода и короткого замыкания, соответственно. Полученные результаты заносим в таблицу. Для примера в таблице 1 представлены значения для одного из генераторов. Определяем зависимость внутреннего сопротивления генератора от частоты. Видно, что после 30 кГц сопротивление генератора значительно возрастает из-за значительного изменения тока. Напряжение остается стабильным до более высоких частот (40-50 кГц).

Таблица 1.

F, кГц	Iкз, мА	U <sub>хх</sub> , В	Rген, кОм
10	1,87	1,501	0,80267
11	1,83	1,499	0,81913
12	1,79	1,496	0,83575
13	1,72	1,493	0,86802
14	1,69	1,49	0,88166
15	1,65	1,486	0,90061
17,5	1,55	1,48	0,95484
20	1,46	1,476	1,01096
25	1,25	1,466	1,1728
30	0,86	1,448	1,68372
40	0,36	1,412	3,92222
50	0,14	1,343	9,59286
60	0,02	1,2	60

Из характеристик следует, что генератор является источником напряжения в диапазоне от 10 до 40 кГц с отклонением до 6%.

2. Исследование ЧЯ. Включаем последовательно генератор, «черный ящик» (ЧЯ) и резистор ( $R=1,2$  кОм). Параллельно к ЧЯ (или к R) подключить вольтметр в режиме измерения переменного напряжения. Измеряем напряжение на ЧЯ при различных частотах (f) генератора. Находим резонансную частоту  $f_0$ , соответствующую  $U_{\text{макс}}$ . Результаты для одного из комплектов ЧЯ и генератора представлены в таблице 2.

Таблица 2

f, кГц	9	10	11	12	13	14	15	17,5	19	20	25	30	40
U, В	1,01	1,25	1,78	2,2	2,65	3,53	4,16	5,2	5,28	5	3,81	3,07	2
I, мА	0,68	0,62	0,55	0,49	0,41	0,24	0,11	0,02	0,01	0,07	0,175	0,17	0,09

Строим зависимость измеренного напряжения от f – АЧХ (рис.1). (Можно измерить эту зависимость  $U(f)$  и без резистора, но перепад напряжений будет менее выраженным, что сказывается на точности измерений)

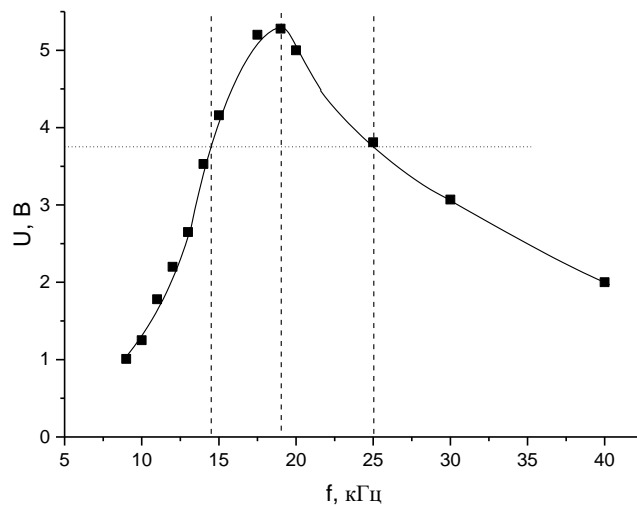


Рис.1 Зависимость напряжения на ЧЯ от частоты.  $U_{\text{макс}} = 1,56 \text{ В}$

3. Зависимость  $U(f)$  имеет вид резонансной кривой. При резонансной частоте  $f_0$  наблюдается максимум напряжения. Из этого следует, что в ЧЯ находится колебательный контур, представляющий собой параллельно соединенный конденсатор и катушку (рис. 2). Увеличение напряжения при  $f_0$  соответствует увеличению сопротивления при резонансной частоте. При  $f < f_0$  сопротивление определяется сопротивлением конденсатора (C). При  $f > f_0$  сопротивление определяется индуктивностью (L).

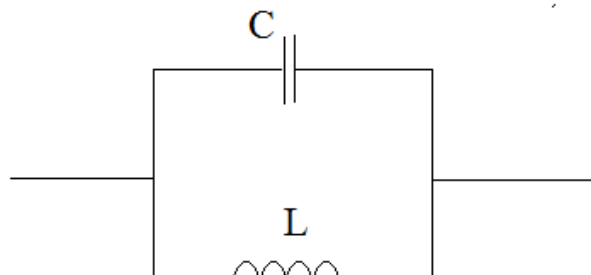


Рис.2 Схема ЧЯ.

4. При значениях частоты генератора далеких от  $f_0$  определяем сопротивление контура. Из характеристик генератора более точные результаты возможно получить при  $f < f_0$ . В этом случае сопротивление контура будет определяться сопротивлением конденсатора  $X_C = U/I = 1,48 \text{ кОм}$  при  $f = 9 \text{ кГц}$ . Определяем емкость конденсатора:

$$C = 1/\omega X_C = 11,9 \text{ нФ},$$

что близко к номинальной емкости конденсатора  $7,5 \text{ нФ} \pm 20\%$ .

Из формулы резонансной частоты колебательного контура  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

определяем индуктивность  $L \approx 5,9$  мГн. Номинальное значение индуктивности  $10$  мГн  $\pm 20\%$ .

Полученные значения являются удовлетворительным в условиях данного эксперимента.

5. Полоса пропускания определяется формулой  $\Pi = 2(f_0 - f_1)$ . Значение  $f_1$  находим из графика на рис. 1 при  $U = U_{\text{макс}}/\sqrt{2} = 3,73$  В. Тогда  $\Pi = 9$  кГц
6. Нахождение ФЧХ. Омметром измеряем омическое сопротивление катушки ( $r = 10$  Ом). Определяем значения разности фаз из выражения  $\text{tg}\varphi = (\omega L - 1/\omega C)/r$ . Заполняем таблицу 3 и на её основе строим график ФЧХ (рис.3). Значения ФЧХ при  $f > f_0$  можно найти, используя антисимметричность ФЧХ.

Таблица 3

$f, \text{кГц}$	9	10	11	12	13	14	15	17,5
$\omega, 10^3 \text{ рад/с}$	56,5	62,8	69,1	75,4	81,6	87,9	92,2	109,9
$X_L, \text{Ом}$	352	370,5	407,5	444,6	482	519	556	648
$X_C, \text{Ом}$	1470	1329	1200	1100	1000	948	884	758
$\text{tg}\varphi$	111,8	95	79,3	65,5	51,8	42,9	29,8	11
$\varphi, ^\circ$	89,5	89,4	89,3	89,1	88,9	88,7	88,1	84,8

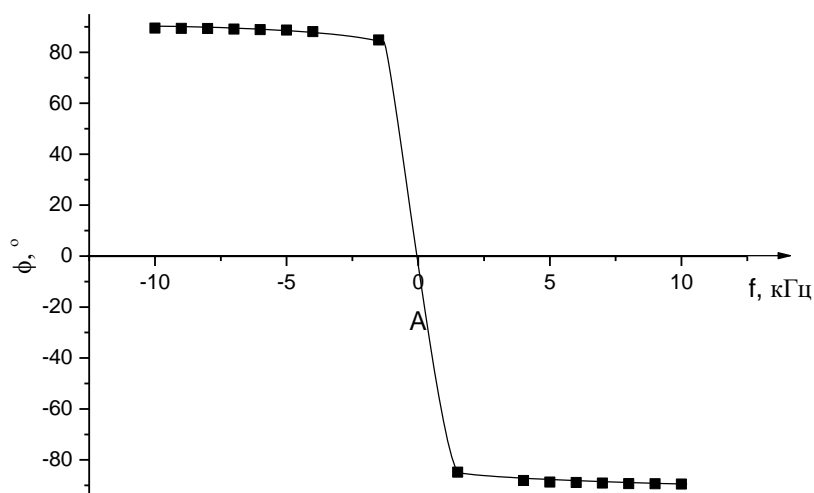


Рис.3 ФЧХ

Критерии оценивания:

№	Критерий	Балл
1	Определен (использован) диапазон корректной работы генератора и измерено сопротивление ящика R	По 0,5 б
2	Имеется таблица зависимости $U(f)$ , включающая не менее 7 точек; 5-6 точек 3-4 точки	2 1,5 1
3	Построен график резонансной кривой (точки соединены плавной линией)	2
4	Определена резонансная частота $f_0$	0,5
5	Доказано, что внутри ящика находится параллельный LC-контур	2
6	Найдено значение емкости конденсатора одного порядка с номинальным значением реального конденсатора	1,5
7	Найдено значение индуктивности одного порядка с номинальным значением реальной индуктивности	1,5
8	Найдена ширина полосы пропускания	0,5
9	Имеется таблица зависимости разности фаз ( $\text{tg}\varphi=(\omega L-1/\omega C)/R$ ) от частоты не менее 7 точек 5-6 точек 3-4 точки	2 1,5 1
10	Построен правильный график зависимости $\varphi(f)$ – ФЧХ	2

Всего: 15 баллов

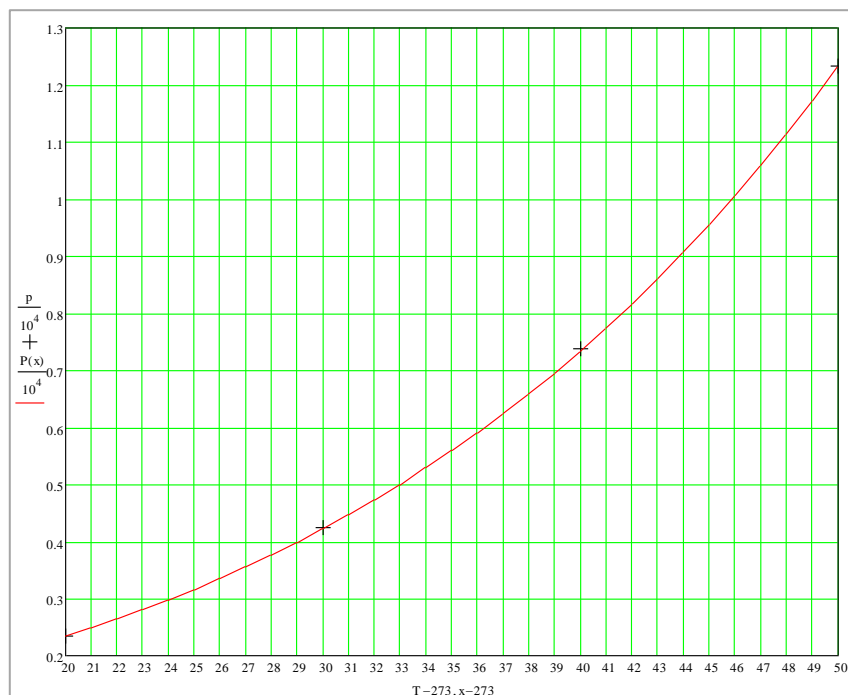


## Задача 2. Влажность.

### Теория

Газ	% содержание (по массе)
N <sub>2</sub>	75,50
O <sub>2</sub>	23,10
Ar	1,286
CO <sub>2</sub>	0,046

Воздух представляет собой смесь газов. В основном это азот, кислород и аргон. Наряду с различными иными примесями в воздухе всегда присутствуют пары воды. Воздух, содержащий воду, называют влажным. Общее давление воздушной смеси является суммой давлений составляющих его газов (и паров). Максимальная влажность воздуха (максимальное давление паров воды) возникает в закрытых сосудах в присутствии



свободной поверхности жидкости. Давление паров при максимальной влажности зависит от температуры. Эту зависимость в нужном для данной задачи интервале можно представить графиком. По вертикальной оси отложено значение давления в Паскалях делённое на  $10^4$ , по горизонтальной оси температура в градусах Цельсия. Крестики графика соответствуют табличным данным. Сплошная аппроксимирующая линия построена по формуле

$$P = P_0 \cdot e^{\alpha \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}, \quad \alpha = 5,246 \cdot 10^3 \text{ К}$$

Обычно воздух не насыщен парами воды и его влажность принято характеризовать относительной величиной («относительной влажностью»)

$$\varphi = \frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{нп}}},$$

где  $P_{\text{п}}$  – давление паров воды, присутствующих в воздухе,  $P_{\text{нп}}$  – предельное давление паров воды при насыщении.

В задаче требуется определить величину относительной влажности в аудитории, в которой Вы решаете эту проблему.

### Оборудование:

Стеклянная банка объемом 1 литр, винтовая крышка с двумя впаянными иглами для шприцов

Водяной манометр (изготовлен из медицинской системы, внутренний диаметр трубки ~ 3 мм), линейка (50 см)

Шприц без иглы (5 см<sup>3</sup>)

Термометр

Стакан с водой

Салфетки (для поддержания чистоты на столе)

### Задание

1. При помощи предложенного оборудования определите относительную влажность воздуха в аудитории, в которой Вы решаете данную задачу.
2. Оцените абсолютную погрешность полученной величины относительной влажности. Запишите результат в стандартной форме

### Решение

Прямой метод измерения давления паров воды.

#### 1. Теория.

Воздух представляет собой смесь газов. В основном это азот, кислород и аргон. Наряду с различными иными примесями в воздухе всегда присутствуют пары воды.

Газ	% содержание (по массе)
N <sub>2</sub>	75,50
O <sub>2</sub>	23,10
Ar	1,286
CO <sub>2</sub>	0,046

Воздух, содержащий воду, называют влажным. Общее давление воздушной смеси является суммой давлений составляющих его газов (и паров). При этом для каждого газа в отдельности (в том числе и для паров воды) с большой точностью можно использовать уравнение состояния идеального газа (закон Клапейрона-Менделеева):

$$P \cdot V = \frac{m}{\mu} \cdot RT$$

Для смеси газов  $\mu$  - средняя величина, определяемая формулой:

$$\frac{\sum m_i}{\mu} = \sum \frac{m_i}{\mu_i}$$

Для «сухого» воздуха средняя молекулярная масса  $\mu \approx 29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ .

Максимальная влажность воздуха (максимальное давление паров воды) возникает в закрытых сосудах в присутствии свободной поверхности жидкости. Давление паров при максимальной влажности зависит от температуры.

## Давление насыщенных паров воды в интервале 0–30 °С<sup>1</sup>

t° C	P <sub>н</sub> мм Hg	t° C	P <sub>н</sub> мм Hg
0	4,58	22	19,83
10	9,21	23	21,07
15	12,79	24	22,38
16	13,63	25	23,76
17	14,53	26	25,21
18	15,48	27	26,74
19	16,48	28	28,35
20	17,54	29	30,04
21	18,65		

Обычно воздух не насыщен парами воды и его влажность принято характеризовать относительной величиной («относительной влажностью»)

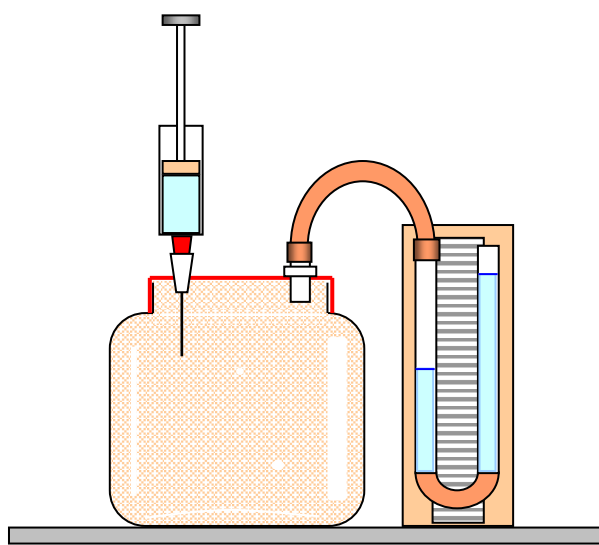
$$r = \frac{P}{P_n},$$

где P – давление паров воды, присутствующих в воздухе, P<sub>н</sub> – предельное давление паров при насыщении (табличное значение P<sub>н</sub> при данной температуре).

### 2. Экспериментальная установка. Методика эксперимента.

Существует несколько методов измерения относительной влажности. В данной работе используется прямой метод измерения давления паров воды.

Экспериментальная установка состоит из сосуда с широким горлом (1–3- литровая



банка), жидкостного манометра и шприца (одноразовый шприц). Перед началом эксперимента банка должна быть сухой. Закрывая банку крышкой, мы «отбираем пробу» влажного воздуха, находящегося в комнате. Банка через штуцер в крышке соединяется с манометром. В крышку вставлена игла шприца (при этом цилиндр шприца снят с иглы). После выравнивания уровней жидкости в манометре на иглу надевают наполненный цилиндр шприца и

<sup>1</sup> Отметим, что величина P<sub>н</sub> в мм Hg приближенно (численно) равна величине температуры в градусах Цельсия.

впрыскивают внутрь сосуда немного воды ( $\approx 1 \text{ см}^3$ ). Цилиндр шприца с иглы не снимают, сосуд остается герметичным. Вода в сосуде испаряется, и в нем наступает состояние насыщения. При этом манометр будет показывать давление паров дополнительно испарившейся жидкости –  $\Delta P$ . Давление паров воды, которое было перед дополнительным испарением (было в комнате) определяется разностью:

$$P = P_n - \Delta P.$$

Величина относительной влажности определяется по формуле:

$$r = \frac{P}{P_n} = \frac{P_n - \Delta P}{P_n} = 1 - \frac{\Delta P}{P_n}.$$

Оценим количество воды, необходимое для насыщения сухого воздуха в сосуде объемом 1 литр. Для паров воды справедливо уравнение Клапейрона-Менделеева. Считая пар насыщенным, находим массу воды (при комнатной температуре  $\approx 20^\circ \text{C}$ ,  $P_n = 17,5 \text{ мм Hg}$ ):

$$m = \frac{P_n \cdot V \cdot \mu}{RT} = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 17,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 293} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ (кг)} = 0,02 \text{ г.}$$

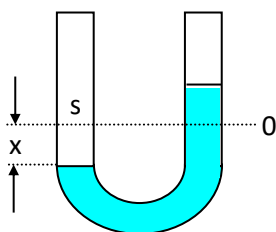
Полученный результат показывает, что для насыщения нужно очень небольшое количество воды и одного «кубика» в шприце более чем достаточно.

Ошибка в измерении давления пара связана с двумя причинами. Первая – это влияние объема добавленной воды. Чтобы насыщение было быстрым, приходится добавлять воду с большим избытком, но избыток воды приводит к уменьшению объема и, соответственно, к добавочному смещению уровня манометра:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta V}{V}, \quad \Delta P = \frac{10^5 \cdot 1}{10^3} = 10^2 = \rho gh,$$

$$h = \frac{10^2}{1 \cdot 981} \approx 0,1 \text{ (см H}_2\text{O)} .$$

Этот результат показывает, что влияние объема впрыскиваемой воды на показания



манометра является незначительным. Вторая причина –

это влияние объема манометра. При возрастании

давления в сосуде уровень жидкости в манометре

смещается и воздух в сосуде расширяется. Это расширение должно занижать

измеряемое давление. Влияние объема манометра можно достаточно точно скомпенсировать следующим образом.

По таблице определяем давление насыщенных паров при данной комнатной температуре –  $P_H$ . Далее предполагаем, что относительная влажность  $\approx 50\%$ . В соответствии с этим уровень манометра сместится на величину

$$x = \frac{P_H}{4 \cdot \rho g}.$$

Зная внутренний диаметр трубки манометра, вычислим предполагаемое увеличение объема воздуха:

$$\Delta V = \frac{P_H}{4 \rho g} \cdot \frac{\pi d^2}{4}.$$

Если в сосуд будет введено (по объему) данное количество воды, то влияние манометра будет скомпенсировано (при условии, что величина относительной влажности угадана правильно). При измерениях первоначально можно ввести только часть вычисленного объема воды. Определить предварительное значение относительной влажности. Уточнить величину объема воды и ввести в сосуд полное ее количество. По уточненным показаниям манометра определяют правильную величину влажности.

### 3. Пример экспериментальных данных.

V см <sup>3</sup>	d мм	t °C	P <sub>H</sub>	ΔV см <sup>3</sup>	ΔP см H <sub>2</sub> O	R
10 <sup>3</sup>	8,0±0,5	23,0±0,5	21,07 мм Hg	3,6	12,8	0,45±0,0
	5		28,7 мм H <sub>2</sub> O			5

Вычислим необходимое количество воды. По таблице при  $t = 23^\circ\text{C}$   $P_H = 21,07$  мм Hg. Будем считать, что относительная влажность воздуха равна 50%. Ожидаемое показание манометра  $\Delta P = P_H / 2 = 10,5035$  мм Hg. Переведем эту величину в мм H<sub>2</sub>O.

$$\Delta P = 10,5035 \cdot \frac{\rho_{\text{Hg}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} = 10,5035 \cdot \frac{13,6}{1} = 142,8 \text{ мм H}_2\text{O}.$$

Смещение уровня манометра:

$$x = \frac{14,3}{2} = 7,15 \text{ см}.$$

Увеличение объема воздуха в сосуде при смещении уровня в манометре:

$$\Delta V = x \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{7,15 \cdot \pi \cdot 0,8^2}{4} = 3,6 \text{ см}^3.$$

В сосуд нужно ввести 3,6 см<sup>3</sup> воды для точного измерения давления паров. Небольшая часть воды испарится, а оставшийся объем скомпенсирует «влияние манометра».

По экспериментальным данным вычисляем величину относительной влажности

$$r = 1 - \frac{\Delta P}{P_H} = 1 - \frac{12,8}{28,7} = 0,44599301 \approx 0,45.$$

Полученная величина относительной влажности достаточно близка к предсказанной, поэтому можно считать, что компенсация влияния манометра была правильной.

В заключение оценим влияние нестабильности температуры на результат эксперимента. Точный учет влияния температуры сложен. Приближенный расчет для дополнительного смещения уровня манометра при изменении температуры дает следующую формулу:

$$2 \cdot x = \frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{1}{\frac{\rho \cdot g}{P} + \frac{s}{2 \cdot V}}.$$

$\Delta T$  – изменение температуры установки (нагревание руками),  $\rho$  – плотность жидкости в манометре,  $P$  – давление в сосуде (1 атм. = 10<sup>5</sup> Па),  $s$  – площадь сечения трубки манометра,  $V$  – объем сосуда. В случае тонкой трубки манометра формула упрощается:

$$2 \cdot x = H \cdot \frac{\Delta T}{T}.$$

Здесь через  $H$  обозначена высота водяного столба, соответствующая атмосферному давлению ( $H = P_a / (\rho g) \approx 10$  м).

Для нашей установки (при  $\Delta T = 0,5^\circ\text{C}$ ,  $T = 23^\circ\text{C}$ ,  $P = 1$  атм = 10<sup>5</sup> Па) получаем следующее значение для  $\Delta x$ :

$$2 \cdot \Delta x = \frac{0,5}{296} \cdot \frac{1}{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{10^5} + \frac{\pi \cdot 0,8^2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 1,4 \cdot 10^{-2} \quad \text{м} = 1,4 \quad \text{см}.$$

Если считать, что нестабильность температуры является основной ошибкой в нашем эксперименте, то полученная величина для  $\Delta x$  определяет относительную ошибку определения влажности:

$$A_{\Delta P} = A_r = \frac{1,4}{12,8} = 0,11.$$

Для абсолютной ошибки получаем:

$$\Delta r = A_r \cdot r = 0,11 \cdot 0,45 = 0,05.$$

Окончательный результат эксперимента можно записать в виде:

$$r = (0,45 \pm 0,05)$$

Критерии оценивания:

№	Критерий	Балл
1	Идея эксперимента: взятие пробы воздуха (газы+пар) в банку, залить в банку немного воды, чтобы пар стал насыщенным (достаточно 1 см <sup>3</sup> ).	8
2	Измерение комнатной температуры	0,5
3	Определение $p_{н.п.}$ с помощью графика или формулы при комнатной температуре	1,5
4	Измерение $\Delta p = \rho g h$	2
5	Получен ответ для $\varphi$ : <div style="text-align: right; margin-right: 20px;">                     От 40 до 60%                      От 35 до 65%                      От 30 до 70%                 </div>	2 1,5 1
6	Вычислена погрешность	1

Всего: 15 баллов