СТАРШАЯ ЛИГА

Задача №1 «Плоская капля»

№	Критерии	Баллы
1	Записано условие равновесия полуцилиндра	2
2	Найден H	1
3	Записано условие равновесия для верхней половины полуцилиндра	2
4	Найдена высота h	1
5	Найден K	1
6	Записано уравнение Лапласа для точки A	2
7	Найдено R	1
		Итого: 10

Задача №2 «Апельсинометатель»

№	Критерии	Баллы
1	Записаны формулы: $$v_0 = \sqrt{gL}$$ $$v_x = v_0 \cos\rho + kv_0$$ $$x = v_x T = L\left(\sin 2\varphi + 2k\sin\varphi\right)$$	1
2	Найден угол ϕ между качальной скоростью апельсина и горизонтом в СО Винтика: $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{k^2+8}-k}{4}$	1
3	Соотношение между скоростями Винтика и Шпунтика: $v\cos\gamma = u\sin\gamma$	1
4	Закон сохранения энергии: $\frac{mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = mgH(1-\sin\gamma)$	2
5	Скорость v Винтика как функция от γ: $v = \sqrt{2gH\left(\sin^2\gamma - \sin^3\gamma\right)}$	1
6	Найдены: $$\sin\gamma = \frac{2}{3}$$ $$v = \sqrt{\frac{8gH}{27}}$$	2
7	Коэффициент: $k = \frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{8H}{27L}}$	2
8	Максимальная дальность: $$S = L\left(\sin 2\varphi + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{2H}{3L}}\sin\varphi\right)$$ $$\varphi = \arccos\left(\frac{\sqrt{H+27L}-\sqrt{H}}{3\sqrt{6L}}\right)$$	1
		Итого: 10

Задача №3 «Пружина с переменным числом витков»

№	Критерии	Баллы
1	Равенство энергий в крайних положенных при изначальных колебаниях и по освобождения ΔN витков: $$\frac{K}{N}\cdot\frac{A_0^2}{2}=\frac{k}{N+\Delta N}\cdot\frac{A^2}{2}$$ где k-жесткость одного витка	2
2	Найдена искомая амплитуда: $A=A_0\sqrt{1+\frac{\Delta N}{N}}$	1
3	Найден период колебаний до начала освобождения N витков: $$T_0=2\pi\sqrt{\frac{mN}{K}}$$ и $$T_n=2\pi\sqrt{\frac{m(N+n)}{k}}$$ отсюда $$T_n=T_0\sqrt{1+\frac{n}{N}}$$	2
4	К искомому моменту времени t груз совершает половину колебания с каждым числом витков от $(N+1)$ до $(N+\Delta N)$ включительно: $$t=\frac{1}{2}(T_1+T_2+\dots+T_{\Delta N})=\frac{T_0}{2}\sum_{n=1}^{\Delta N}\sqrt{1+\frac{n}{N}}$$	2
5	На основании условий $N>>1$ и $\Delta N>>1$ это выражение можно упростить: $$t\approx\frac{T_0}{2}\int\limits_0^{\Delta N}\sqrt{1+\frac{n}{N}}\cdot dn=\frac{T_0}{2}\left(1+\frac{n}{N}\right)^{\frac{3}{2}}\Bigg\|_0^{\Delta N}=\frac{T_0}{2}\left(\left(1+\frac{\Delta N}{N}\right)^{\frac{3}{2}}-1\right)$$	3
		Итого: 10

Задача №4 «Урановый шар»

№	Критерии	Баллы
1	Записано уравнение теплопроводности $N = -k4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$	2
2	Указано, что $N = \frac{4}{3}\pi r^3 q$	2
3	Выражено $T = -\frac{qr^2}{6k} + C$	2
4	Найдено $C = T_0 + \frac{qR^2}{6k}$	2
5	Найден $T(r) = T_0 + \frac{q}{6k}(R^2 - r^2)$	2
		Итого: 10

Задача №4 «Газовый тройник»

№	Критерии	Баллы
1	Уравнение состояния идеального газа в четырех объемах	1
2	Закон сохранения числа частиц	3
3	Формула потока частиц с учетом узости каналов $z \sim n_{ik}\sqrt{T_{ik}}$	2
4	Уравнение потоков через большой промежуток времени для разных труб	3
5	Решение системы уравнений	1
		Итого: 10

Задача №6 «Заряженные многогранники»

№	Критерии	Баллы
1	Получена формула $E_x = \frac{5q}{6\varepsilon_0 a^2}$	1.5
2	Получена формула $E_y = \frac{q}{6\varepsilon a^2}$	1.5
3	Получена формула $E_z = \frac{3q}{6\varepsilon a^2}$	1.5
4	Найдена полная напряженность $E_1 = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$	0.5
5	Найдено выражение для $E_+ = \frac{\sigma_1}{4\varepsilon_0}$	2
6	Найдено выражение для $E_- = \frac{\sigma_3}{4\varepsilon_0}$	2
6	Найдена полная напряженность $E_2 = \frac{\lvert\sigma_1 - \sigma_3\rvert}{4\varepsilon_0}$	1
		Итого: 10

Задача №7 «Расстекание потока»

№	Критерии	Баллы
1	Формула: $I = I_0 \dfrac{x^2}{R^2}$	2
2	Правильно записан интеграл $d\varphi$	2
3	Найден φ_0	2
4	Формула для dP через интеграл	2
5	Найлена мощность P_0	2
		Итого 10б

Задача №8 «Ртутное зеркало телескопа»

№	Критерии	Баллы
1	Показано, что поверхность имеет форму кривой 2-го порядка	1
	1-й способ	
2.1	Получена формула: $W = -\frac{m\omega^2 x^2}{2}$	2
2.2	Установлено, что поверхность должна быть экспотенциальной и получена формула: $mgy - \frac{m\omega^2 x^2}{2} = 0$	1
2.3	Получено выражение: $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$	1
	2й способ	
2.1	Найдена масса столба: $dm = \rho y dx dz$	1
2.2	Получена формула: $dF = \rho g y dx dz$	1
2.3.	Получено выражение: $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$	2
	3й способ	
2.1	Получено выражение: $tg\varphi = \frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega^2 x}{g}$	1
2.2	Получено выражение: $\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g}$	2
2.3	Получено выражение: $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$	1
3	Получено выражение: $f = y + x \cdot\ ctg 2\varphi$	1
4	Получено выражение: $tg\varphi = y'(x) = \frac{\omega^2 x}{g}$	1
5	Получена координата фокуса $f = \frac{g}{2\omega^2}$	1
6	Найден окончательный ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g\gamma}{2d}} \approx 1.1$ с$^{-1}$	2
		Итого: 10б